

Morphologie Mathématique - Opérateurs Et Filtrage

Aubin SIONVILLE

Télécom St Etienne 2024-2025

Érosion et Dilatation

Érosion et dilatation sont duales mais pas inverses.

Érosion binaire

$$\varepsilon_B(X) = \{x \in E, B_x \subseteq X\}$$

Dilatation binaire

$$\delta_B(X) = \{x \in E, B_x \cap X \neq \emptyset\}$$

Érosion fonctionnelle

$$\varepsilon_t(f)(x) = \min_{\substack{x+y \in D \\ y \in T}} \{f(x+y)\}$$

Dilatation fonctionnelle

$$\delta_t(f)(x) = \max_{\substack{x+y \in D \\ y \in T}} \{f(x+y)\}$$

Ouverture et Fermeture

Filtres non linéaires

Ouverture

Anti-extensif + Idempotent

Supprime les petits éléments, gros objets partiellement conservés.

$$\gamma_B(X) = X \circ B = \delta_B(\varepsilon_B(X))$$

Fermeture

Extensif + Idempotent

Comble les petits trous, ferme les détroits, gros trous partiellement conservés.

$$\phi_B(X) = X \bullet B = \varepsilon_{\check{B}}(\delta_B(X))$$

Top-Hat et Bottom-Hat

Top-Hat

Anti-extensif + Idempotent

$$\text{TH}_B(f) = f - \gamma_B(f)$$

Bottom-Hat (*Top-Hat inversé*)

Idempotent

$$\text{BH}_B(f) = \phi_B(f) - f$$

Applications

Érodé ultime

On effectue des érosions successives jusqu'à ne plus rien avoir.

L'érodé ultime est alors l'union des composantes connexes qui disparaissent d'une érosion à l'autre.

Gradient de Beucher

$$\rho_t(f) = \delta_t(f) - \varepsilon_t(f)$$

Demi-gradient par érosion (interne)

$$\rho_t^-(f) = f - \varepsilon_t(f)$$

Demi-gradient par dilatation (externe)

$$\rho_t^+(f) = \delta_t(f) - f$$

Opérateur de lissage

$$\zeta_t(f) = \frac{\delta_t(f) + \varepsilon_t(f)}{2}$$

Opérateur de covariance

Pour mesurer la covariance, on mesure le volume de l'objet après érosion par une paire de points.

$$K(f, P_{1,\vec{v}}) = \text{Vol}[\varepsilon_{P_{1,\vec{v}}}(f)], \quad P_{1,\vec{v}} = \vec{0} \cup \vec{v}$$

Filtres alternés séquentiels

Les filtres alternés séquentiels sont des filtres qui alternent ouverture/fermeture de taille croissante.

Exemple :

$$FAS = \phi_i \circ \gamma_i \dots \circ \phi_2 \circ \gamma_2 \circ \phi_1 \circ \gamma_1$$

Analyse granulométrique

L'analyse granulométrique permet de mesurer la taille des objets d'une image.

En effectuant des ouvertures de taille croissante sur l'image originale, on peut mesurer la taille des objets qui disparaissent et ainsi obtenir une distribution de taille des objets.